Ajuste de curva a los cimientos de piedra en Rapa Nui

Introducción

En esta actividad, el ajuste curvo se aplica a las imágenes de drones de ruinas de cimientos de piedra de las casas tradicionales (hare paenga) en la isla de Rapa Nui. Se utiliza la herramienta matemática gratuita GeoGebra (geogebra.org), pero la actividad se puede adaptar a otras tecnologías, como Desmos (desmos.com). La actividad puede ser utilizada como una demostración del profesor o completada por los estudiantes, individualmente o en grupos pequeños, con acceso a computadoras. (Crédito de imágenes: Tukuh Technologies, LLC, www.tukuh.com)

Paso 1: Utilizando una herramienta de recorte, seleccione una de las imágenes a continuación para capturarla y guardarla como un archivo gráfico, como jpg, gif, bmp, etc., con el fin de ser insertada en GeoGebra. Dependiendo del nivel de sus alumnos, es posible que quiera utilizar un programa de edición de imágenes y que las imágenes se roten de modo que el eje principal de la elipse sea vertical u horizontal. Para los estudiantes más avanzados, puede usar una elipse inclinada y permitirles que ellos mismos la roten usando GeoGebra.

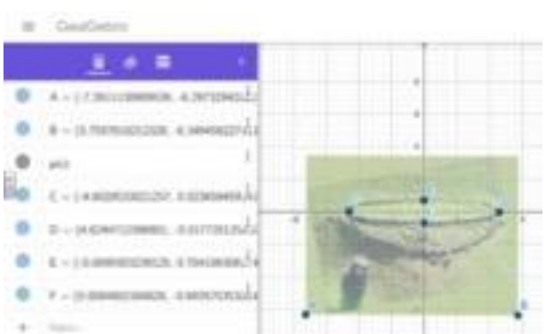
 

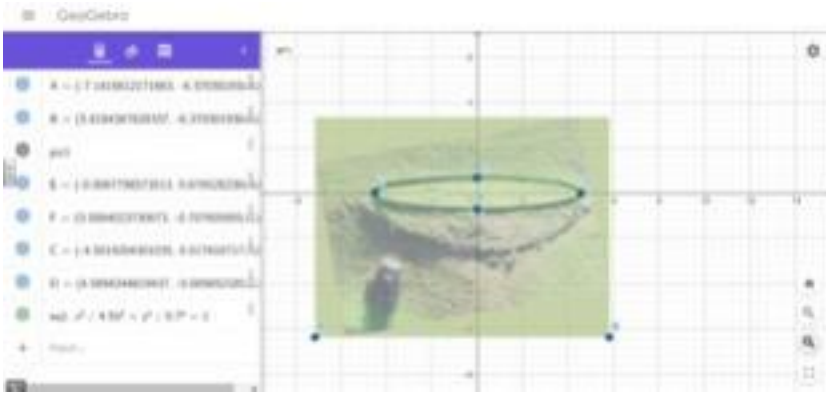
Paso 2: Inserte la imagen en GeoGebra haciendo clic en + en la esquina superior izquierda, seleccionando imagen y abriendo el archivo guardado en el Paso 1.

Paso 3: Una vez que la imagen se carga en GeoGebra, haga clic en la imagen para seleccionarla. El primer icono de la barra de herramientas que aparece le permitirá ajustar la transparencia, de modo que el sistema de coordenadas se pueda ver a través de la imagen. Hacer clic y sostener el mouse en la imagen le permitirá mover la imagen, y por otra parte mover los puntos A y B en las esquinas inferiores de la imagen le permitirá girar la imagen si es necesario.

El objetivo es trasladar (y girar) la imagen para que el centro de la base de piedra elíptica se encuentre en el origen del sistema de coordenadas, y la base esté orientada con el eje principal ya sea vertical u horizontal. La herramienta de puntos Geometry Tools de GeoGebra puede ser útil para centrar la imagen, observando los puntos finales de los ejes principales y menores. (Abra las Geometry Tools, haga clic en Punto, vuelva a Calculator, haga clic en Input, y, a continuación, haga clic en la imagen donde desea colocar el punto.) Pruebe trasladando y girando la imagen hasta que la ruina de la base aparezca centrada en el eje principal vertical u horizontal, como en la imagen de abajo.

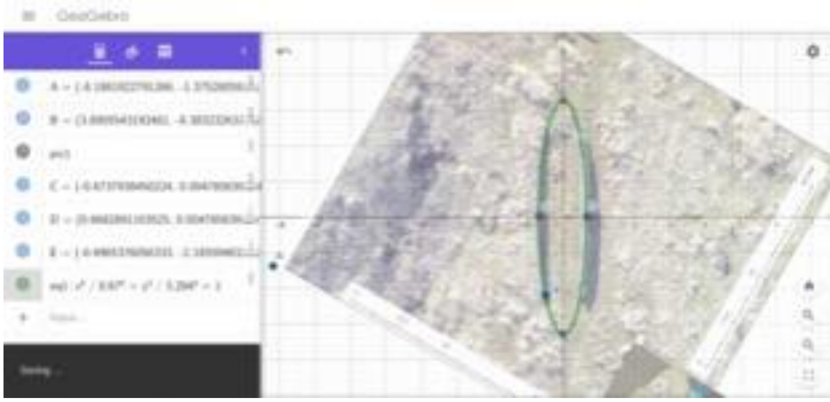


Paso 4: A continuación, vamos a ajustar una elipse en la imagen. Si se conocen los puntos finales de los ejes $(\pm a, 0), (0, \pm b)$, la ecuación de la elipse es $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. La elipse se puede trazar fácilmente en GeoGebra para ver qué tan bien encaja sobre las piedras del cimiento, como en la captura de pantalla a continuación.



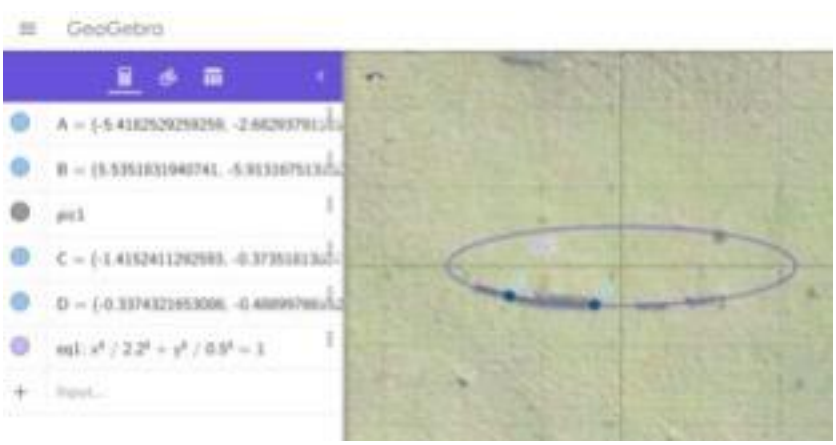
En los casos en que faltan las piedras de paenga de los extremos del eje principal, como en la imagen de abajo, se puede utilizar un poco de álgebra para encontrar la ecuación de la elipse.

La imagen todavía se puede girar y trasladar para centrar la ruina elíptica en el origen. (El centro se producirá en la parte más ancha de la ruina.) En este caso, podemos utilizar la herramienta punto para encontrar los puntos finales de un eje. Por lo tanto, conocemos *a* ó *b* en la ecuación $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$. A continuación, la herramienta de puntos también se puede utilizar para encontrar otro punto en la base. Al sustituir ese punto en la ecuación para *x* e *y*, y luego resolver para *a* y *b*, nos generará la ecuación de la elipse. (Si el intento está un poco descentrado, se pueden realizar ajustes moviendo la imagen y ajustando la ecuación de la elipse.) A continuación, se muestra el resultado de este proceso en la imagen de arriba.



El proceso también se puede usar en imágenes en las que faltan más piedras, como la siguiente; excepto que es un poco más difícil estimar dónde está el centro de la elipse. Sin embargo, se pueden realizar modificaciones durante el proceso para mejorar el ajuste.

Suponiendo que la ecuación tenga la forma $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, sólo se necesita seleccionar dos puntos y sustituirlos en la ecuación para resolver. (En realidad hay 4 soluciones $(\pm a, \pm b)$, pero sólo necesitamos una de ellas.) El uso de la herramienta Zoom en GeoGebra puede ayudar a obtener mejores estimaciones de los dos puntos que se utilizan para adaptarse a la elipse. A continuación, se muestra el resultado de usar el proceso en la imagen anterior.



Paso 5: La demostración/actividad se puede concluir con una discusión en la que los estudiantes reflexionen sobre la adaptación de una elipse a las ruinas de la hare paenga. Algunas preguntas posibles incluyen:

- ¿Están en lo cierto los arqueólogos al decir que los cimientos de la hare paenga son elípticos?
- ¿Es una elipse la mejor curva para adaptarse a las imágenes? ¿Encajaría mejor alguna otra curva?
- ¿Hay otras maneras de ajustar una elipse a las imágenes?
- ¿Cuáles son algunos desafíos para analizar las ruinas arqueológicas?
- ¿Por qué los cimientos se centraron en el origen y se alinearon vertical u horizontalmente?
- ¿Y si las ruinas fueran analizadas tal como aparecen en las imágenes (no centradas, inclinadas)?
- ¿Cuáles son algunos desafíos para encajar una elipse cuando todo lo que tenemos es una fotografía de una hare paenga que no se tomó por el dron directamente por encima?
- En algunas de las figuras, la plataforma de entrada se puede ver con bastante claridad. Analice la forma probable del contorno exterior.
- Las cifras proporcionadas por Tukuh Technologies, presentan diferentes datos, que dependen del número y la ubicación de las piedras. Analice cuál sería el número mínimo, y la ubicación, de las piedras necesarias para poder construir la elipse que originaría la base. Por ejemplo: ¿Y si todas las piedras que quedan estuvieran todas en un solo lado?
- Discuta las desventajas de las hare paenga que surgirían si se aumentaran los ejes de las bases elípticas de piedra.